على المترشح أن يختار أحد الموضوعين :

الموضوع الأول:

التمرين الأول (06 نقاط):

من بين الإجابات الثلاثة المقترحة، اختر الإجابة الوحيدة الصحيحة مع التبرير

1) النهاية $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\ln\left(\frac{x+2}{x^2-4x+5}\right)\right)$ تساوي:

(أ) 1　　　(ب) $+\infty$　　　(ج) $-\infty$

2) قيمة التكامل $\int_2^4 \frac{2x}{(x^2-1)^2}dx$ تساوي:

(أ) $\frac{4}{15}$　　　(ب) $\frac{15}{4}$　　　(ج) $\frac{1}{4}$

3) حلول المعادلة $3\ln x-\ln 2x=\ln(3x-4)$:

(أ) $S=\{-2,1\}$　　　(ب) لا تقبل حلولاً في $\mathbb{R}$　　　(ج) $S=\{2,4\}$

4) حلول المعادلة $e^{2x}-4e^x+3=0$

(أ) $S=\{-2,1\}$　　　(ب) $S=\{0;\ln 3\}$　　　(ج) $S=\{-4;\ln 2\}$

5) الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $g(x)=2x+1-\frac{1}{x^2}$

دالتها الأصلية G على $]0,+\infty[$ والتي تنعدم من أجل $x=1$ هي:

(أ) $G(x)=x^2+x-\frac{1}{x}$　　　(ب) $G(x)=x^2+x-1-\frac{1}{x}$　　　(ج) $G(x)=x^2+x+\frac{1}{x}-3$

6) c عدد حقيقي، الأعداد c ، $c+2$ ، $c+6$ بهذا الترتيب هي حدود متتابعة لمتتالية هندسية من أجل:

(أ) $c=2$　　　(ب) $c=-2$　　　(ج) $c=4$

التمرين الثاني (6 نقاط):

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي: $\begin{cases} u_0=\alpha \\ 4u_{n+1}=u_n+9 \quad , \quad n\geq 0\end{cases}$ حيث α عدد حقيقي

1) عيّن قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

نضع $u_0=4$

2) احسب u_1 و u_2

3) بين أنه من أجل عدد طبيعي n : $u_n \geq 3$.

4) أُدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

5) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 3$

أ) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) استنتج v_n بدلالة n ، ثم u_n بدلالة n .

ج) اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_1 \times v_2 \times ... \times v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n(n+1)}$

التمرين الثالث (08 نقاط):

I- نعتبر الدالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = -4 + 2x(1 + \ln x)$

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$. (يُعطى: $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} x \ln x = 0$)

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاًّ وحيداً α حيث $1,4 < \alpha < 1,5$.

4) حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = (2x - 4)\ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. فسّر النتيجة هندسيا.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

3) عيّن نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

4) أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

ب) أنشئ (T) و (C_f) . (تعطى: $f(\alpha) \approx 0,41$)

5) نعتبر الدالة F المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $F(x) = (x^2 - 4x)\ln x - \frac{1}{2}x^2 + 4x$.

أ) بيّن أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y = 0$ ، $x = 1$ و $x = 2$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول (04 نقاط):

في كلّ ما يلي اختر الإجابة الصّحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة مع التّعليل:

السّؤال	الاقتراح الاول	الاقتراح الثاني	الاقتراح الثّالث
حلّ المعادلة $ln(x-2)^2=1$ على المجال $]2;+\infty[$ هو:	$2+\frac{1}{e}$	$2+\sqrt{e}$	$2-\sqrt{e}$
العدد $ln(4^n)-nln2$ حيث $n\in\mathbb{N}$ يساوي:	$n\ln 2$	$\frac{ln4}{ln2}$	2
القيمة المتوسطة للدّالة g على المجال $[1,2]$ حيث: $g(x)=x-\frac{1}{x^2}$ هي:	3	1	$ln2$
النّهاية $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3^{n+2}}{3^n}$ تساوي	3	9	6

التمرين الثاني (05 نقاط):

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=2$ وبالعلاقة: $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$

1) أحسب u_1، u_2 و u_3.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n<3$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n=u_n-3$

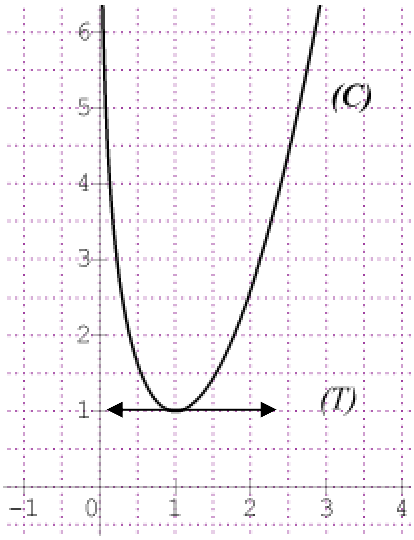
أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n ثم احسب نهاية (u_n)

4) أحسب بدلالة n المجموعين S_1 و S_2 حيث:

$S_1=v_0+v_1+v_2+....+v_n$ و $S_1=u_0+u_1+u_2+....+u_n$

التمرين الثالث (04 نقاط):



f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بتمثيلها البياني المقابل (C) .

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل.

1) المعادلة $f(x)=3$ تقبل حلا وحيدا على المجال $]0;+\infty[$.

2) $f'(1)=2$

3) من أجل كلّ x من $]2;+\infty[$: $f'(x)<0$

4) $f\left(\frac{3}{4}\right)<f\left(\frac{1}{2}\right)$

التمرين الرابع (07 نقاط):

f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3-5x^2+4}{x^2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f(x)=x-5+\dfrac{a}{x^2}$ ، حيث a عدد حقيقي يُطلب تعيينه.

2) أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

3) أ - بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f'(x)=\dfrac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب - شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب تعيين معادلتيهما.

5) أوجد معادلة لـ (Δ) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 .

6) أرسم (Δ) والمنحنى (C_f) .

7) أ - عيّن الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ والتي تحقق: $F(2)=-10$.

ب - أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$ و $x=2$.

بالتوفيق في شهادة البكالوريا